

参赛队员姓名：王浩晨

中学：西安高新第一中学

省份：陕西省

国家/地区：中国

指导教师姓名：张恩典

指导教师单位：西安高新第一中学

论文题目：基于非线性规划的应对武汉疫情的病人及物资分配的最优化方案研究

基于非线性规划的应对武汉疫情的病人及物资分配的最优化方案研究

摘要: COVID-19 在 2020 年一月从中国武汉爆发。COVID-19 病毒传染性强，潜伏期长，使得疫情在 1 月 22 日被公布后，1 月 23 日中国政府对武汉实施了封城政策。之后的 10 天时间内，武汉确诊病例爆发性的增长，虽然国家调配大量人力物力资源支援武汉抗疫，但疫情来势凶猛，武汉医疗系统的传染防控，物资供给，收治能力都经历巨大挑战。期间不断有新闻报道由于 COVID-19 感染症状在武汉内各地快速出现，使得病人安置和物资分配系统反应迟钝，管理混乱。为了应对武汉在疫情期间的这种状况，这篇论文选择了武汉内 5 个第一批被政府指定收治 COVID-19 病人的医院，以 10 天为期，使用非线性规划的方法探究了以最小化成本为目标的病人和医疗物资的分配方案。其中，研究了分别考虑和不考虑拒绝每个 COVID-19/普通住院患者住院带来的不满足感成本的情况，将现实问题转化为标准的非线性规划问题，展示了两种情况下的最优化成本和最优化病人及医疗资源分配方案。在考虑医院内交叉感染时，认为病人数量相对医院收容能力越大，医院中的未感染人员与感染者接触频率越大，交叉感染风险越高，医院内 COVID-19 的交叉感染率和病人的密度成正比。

目录

一、引言:	1
二、下标、变量及常量说明	1
2.1 下标	1
2.2 变量	2
2.3 常量	2
三、模型: 非线性规划	3
3.1 目标函数	4
3.2 约束条件	5
四、计算结果与结论	7
4.1 算法收敛性	7
4.1.1 不考虑拒绝病人入院的不满足感成本的情况	7
4.1.2 拒绝入院成本分别为 $D_n=13820.5\text{RMB/人}$, $D_c=17000\text{RMB/人}$ 的情况	8
4.2 结果展示	9
4.2.1 不考虑拒绝收治患者社会成本情况下的最优方案	9
4.2.2 拒绝入院成本分别为 $D_n=13820.5\text{RMB/人}$, $D_c=17000\text{RMB/人}$ 的情况	10
4.3 结果分析	11
4.3.1 患者分配最优方案分析	11
4.3.2 医疗物资分配最优方案分析	12
4.3.3 医护人员分配最优方案分析	12
五、总结	12

一、引言

COVID-19 病毒在中国首次于 2020 年一月被报导爆发于武汉，由于实际上当时武汉的疫情已经较为严重，中国政府于 1 月 23 日封锁了武汉一切对外的交通关系。尽管在之后的一个月左右武汉内部也实行了严格的人员聚集性活动管控措施并且中央政府也向武汉紧急调配人力物力资源，COVID-19 的感染者数量仍无法阻挡的大大超过了当地医院的收治能力。医院没有足够的检查能力快速排查大量的前来检查的病人是否感染，导致了 COVID-19 患者隔离不及时以及医院内的交叉感染。在医院的住院床位饱和后，医院不得不拒绝新的住院患者入院，造成了一定的社会成本。在医疗资源匮乏的情况下，武汉当地政府需要医疗物资和患者就诊的定量调配方案。本论文希望使用非线性规划，在实际 COVID-19 患者与到医院就诊人数基本确定的假设下，提供一个最小化 COVID-19 患者的治疗费用，因床位不足拒绝普通/COVID-19 患者入院的货币成本以及医疗物资消耗成本之和的模型。作者希望通过本文在 COVID-19 爆发这一突发的，传染性强的疫情中，提供一个主要考虑医疗物资及可用医院床位有限、拒绝收治病人会带来的社会心理成本的成本最小化医疗资源和病人分配方案。

在 2020 年 1 月 22 日武汉疫情公开，1 月 23 日武汉封城后，大量武汉市民从家中蜂拥到医院排查病毒感染。在这种情况下，作为抗疫最重要防线的武汉医院面临两个严重的问题：严重的医院交叉感染和医疗物资短缺。这两者相辅相成。医疗物资短缺，医护人员和未感染的住院患者就越频繁和密切的接触病毒携带者，提高了交叉感染率；交叉感染越多，COVID-19 患者在医院内密度越高，其他普通病人，医生和护士越需要更多的防护物资来避免交叉感染。医院防疫效果有多个影响因素，例如政府对于各医院的防护物资需求变化的反应是否及时等。本文主要考虑的，是接收的外来 COVID-19 患者的密度对医院内防疫的影响。

二、下标、变量及常量说明

2.1 下标

本文将采用下标 j ，其含义及取值由表所示：

表 2-1 下标含义及取值

下标	含义	取值	说明
j	武汉内病床最多医院及其病床数 ¹	1	华中科技大学附属同济医院，开放床位 6000 余张
		2	湖北省人民医院(武汉大学人民医院)，三级甲等综合医院，开放床位 5200 张
		3	华中科技大学附属协和医院，三级甲等综合医院，编

¹ <http://www.wuhan.com/xinwen/41852.html> 非官方信息

	制床位 5000 张。
4	武汉市中心医院, 三级甲等综合医院, 医院开放床位 3381 张。
5	武汉大学附属中南医院, 三级甲等综合医院, 开放床位 3300 张

2.2 变量

表 2-2 变量及含义

变量	含义	单位
X_j	到 j 医院就诊 COVID-19 感染者人数	人
M_j	供应到 j 医院的口罩数量	个
P_j	供应到 j 医院的防护服数量。	个
Do_j	j 医院需要的医生数量	人
Nu_j	j 医院需要的护士人数	人
Pn_j	从社区 i 到医院 j 的非 COVID-19 住院患者人数	人

2.3 常量

表 2-3 常量及含义

常量	含义	取值	单位
SB_1	华中科技大学附属同济医院开放床位数。	6000	张
SB_2	湖北省人民医院(武汉大学人民医院)床位数	5200	张
SB_3	华中科技大学附属协和医院开放床位数。	5000	张
SB_4	武汉市中心医院开放床位数。	3381	张
SB_5	武汉大学附属中南医院床位数。	3300	张
Pm	每个医用口罩或 N95/KN95 口罩的平均价格 ²	8 ³	RMB/个
Pp	每件医用防护服的价格 ⁴	89	RMB/个

² 根据国家卫健委《不同人群预防新型冠状病毒感染口罩选择和使用技术指引》
http://www.gov.cn/xinwen/2020-02/05/content_5474774.htm

³ 1.4rmb/由京东商城得到,非权威信息.

⁴ 89rmb/件,由京东商城得到,非官方信息.

<i>Hc</i>	治愈一个 COVID-19 患者的平均费用 ⁵	17000	RMB/人
<i>CI</i>	COVID-19 患者密度最大, 医疗物资最缺, 最高交叉感染率	41%	张病床/人
<i>PN</i>	武汉内 10 天内应到 5 医院就诊的住院患者。	7797	人
<i>PC</i>	武汉内的 COVID-19 患者数量	15240	人
<i>Cn</i>	非 COVID-19 患者的人均住院费	13820.5	RMB/人
<i>Sp</i>	未被收治的 COVID-19 患者传播病毒的速度	4/45	人/每天
<i>Dn</i>	普通病人被拒绝收治的不满足感的经济价值	0/13820.5	RMB/人
<i>Dc</i>	COVID-19 病人被拒绝收治的不满足感的经济价值	0/17000	RMB/人

根据中国国家卫健委, 中国 2019 年 1-3 月人均住院费为 13820.5 元; 出院人数共 1720.9 万⁶, 而武汉人口为 10379114, 由此可以用平均值计算出武汉在 10 天内的非 COVID-19 感染住院患者数 *PN* 大约为 14176, 而应到 $j=1-5$ 家医院就诊的人数占比等同于 5 家医院床位之和与武汉总医院床位数之比. 关于武汉疫情期间 10 天内的 COVID-19 患者数量变化, 根据湖北卫健委的武汉疫情通报⁷, 在 2 月 1 日至 2 月 10 日间湖北 COVID-19 感染人数共增加 15240, 这一时间区间正是武汉疫情达到顶峰的时段, 因此选用这个数目作为估计的武汉 10 天内感染人数. 关于 COVID-19 在出行限制政策下的传播能力, 这里使用了 Andrew Atkeson 的 “What WILL BE THE ECONOMIC IMPACT OF COVID-19 IN THE US? ROUGH ESTIMATES OF DISEASE SCENARIOS”⁸. 其中提到, R_t 为 COVID-19 患者接触正常人并散播病毒的速度 β 与出院与死亡速率之和 γ 的比值. R_t 的值随社会出行限制的政策加紧而减小. 由于中国政府实施的隔离政策严厉, 并且武汉居民也很配合, 这里我取 Atkeson 的 R_t 取值范围内的下限 1.6. γ 的取值文中提到是 1/18. 根据文中模型的 $\beta=R_t*\gamma$, 因此在 10 天中, 每个未被收治的 COVID-19 患者传播病毒的速度 Sp 为每日 $1.6*1/18=4/45$ 人拒收每个一般住院患者的额外成本是其住院费. 而拒收每个 COVID-19 患者, 其成本为其个人和其会传染的人的医药费之和.

三、模型：非线性规划

⁵17000RMB. 由光明日报的一篇采访得到.

<https://baijiahao.baidu.com/s?id=1662514968706519783&wfr=spider&for=pc>

⁶<http://www.nhc.gov.cn/mohwsbwstjxxzx/s7967/202004/544bd45854a542e086d0bfcfd19131bc.shtml>

⁷ <http://www.mnw.cn/news/shehui/2254960.html>

⁸ <https://www.nber.org/papers/w26867>

3.1 目标函数

要最小化的目标函数分为 3 个部分：入院的及其他在医院内被交叉感染的 COVID-19 患者的治疗费用, 因床位不足拒绝普通/COVID-19 患者入院的货币成本, 以及医疗物资成本。

a) 第一部分

根据武汉大学中南医院彭志勇团队的报告⁹, 在 2020 年一月一日到一月二十八日期间陆续被确诊的 138 名 COVID-19 患者中, 预计有 41% 为交叉感染所致。这 28 天中大部分时间疫情还没有确定人传人的特性, 医护人员并没有做普通肺炎的额外防护措施 (即一天更换一个口罩, 不穿戴防护服和护目镜)。因为防护条件非常差, 我假设此时的交叉感染率即为最大交叉感染率 CI 为 41%。而交叉感染率, 还主要与未感染人员与被感染人员的接触频率决定。可举如图 3-1 的例子理解交叉感染率和初始感染者数量的关系。图中矩形为所有医院所有人群的活动范围, 实线小圆形为一医院内初始的 COVID-19 病人群体, 其面积 S 代表人数多少, 周长 C 代表未感染人群与 COVID-19 患者接触机会。根据圆的面积与周长公式, 可得 $C=\sqrt{S*2\sqrt{\pi}}$ 。由此可见, 交叉感染率随感染者的数量增加而增加。同时也可以根据图看出, 未感染人员的可活动范围越大, 感染者与其接触机会相对更小。因此, 这里设交叉感染率与 COVID-19 病人在医院的密度成正比。

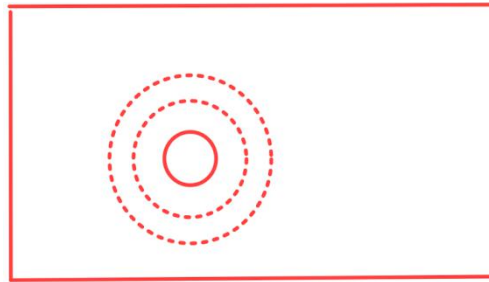


图 3-1 交叉感染率和初始感染者数量的关系图示

那么, 可建立目标函数的第一部分, 如式 (3-1) 所示。

$$J_1=Hc \times \sum_j [CI \times (X_j/SB_j) \times (D_{0j}+Nu_j+P_j) + X_j] \quad (3-1)$$

b) 第二部分:

第二部分为运送到各医院的口罩和防护服的总成本, P_m , P_p 为单个口罩和防护服价格见上文脚注。那么, 可建立目标函数的第二部分, 如式 (3-2) 所示。

$$J_2=\sum_j (M_j \times P_m + P_j \times P_p) \quad (3-2)$$

c) 第三部分:

第三部分计算了拒绝收治普通和 COVID-19 病人的成本。 $PN-\sum_j P_j$ 为未被收治的普通病人人数, $PC-\sum_j X_j$ 为未被收治的 COVID-19 病人人数。由于未被收治的 COVID-19 病人会继

⁹<https://jamanetwork.com/journals/jama/fullarticle/2761044?resultClick=1>

续活动并传染他人, 在 10 天结束时院外的 COVID-19 病人数已变为原来的 $(1+Sp*10)$ 倍。(在现实的 10 天中病人只可能被陆续确诊后收治, 而不是一次性全部收治; 因此始终会有将在 10 天内被收治但还在仍在外活动, 具有传染性的 COVID-19 病人。此处无视了这一点, 使得计算得出的 10 天结束时的被院外感染的人数略低于实际值)之所以将被拒绝入院 COVID-19 患者事后治疗费用算入成本, 而不将被拒绝的普通病人的事后治疗费算入成本的原因是, 中国政府在疫情期间同意免费承担 COVID-19 患者的全部治疗费用, 而普通患者没有。因此对于普通患者只考虑其被拒绝的不满足感的经济价值, 而对于 COVID-19 患者则考虑治疗费用和不满足感两者。由于不满足感的经济价值比较难以确定, 而又很可能数值和影响较大, 本文将在计算部分中尝试不同的被拒绝入院的不满足感成本, 观察其对最小成本和最优分配方案的影响。那么, 可建立目标函数的第三部分, 如式 (3-3) 所示。

$$J_3 = Dn \times (PN - \sum_j P_j) + Hc \times (PC - \sum_j X_j) * (1 + Sp * 10) + Dc \times (PC - \sum_j X_j) \quad (3-3)$$

3.2 约束条件

1) 彭志勇团队的研究中收治 138 个 COVID-19 患者医院的防护措施(138 个患者从 2020.1 到 2020.28 陆续收治, 其中 1-22 日都并未明确 COVID-19 人传人的特点), 如前面所述, 认为是最低限度的防护措施。而根据对武汉医院抗疫一线的医护人员的采访, 频繁接触 COVID-19 患者的医护人员需要每日 4 个口罩; 而医疗资源短缺, 因此此处将 COVID-19 患者密度为 0 的情况设为医护人员只需要基础的每日 1 个口罩来应对门诊患者的接诊, 而 COVID-19 患者在医院密度为 100%时医护人员需要每日 4 个口罩。一般住院患者接触 COVID-19 患者的机会较少, 即使被安置在同一个医院中也有隔离措施, 因此将其口罩需求量设为此外, 冠状病毒患者在医院戴口罩, 因为他们已经受到窒息的威胁: 非医疗人员或患者被忽略了, 因为数量很小。因此, 可建立约束条件如式 (3-4) 所示。

$$g_1 = M_j \geq 10 \times [1 \times (Nu_j + Do_j + 1/3 \times Pn_j) \times (1 + 3 \times X_j / SB_j)] \quad j = 1, 2, \dots, 5 \quad (3-4)$$

2) 防护服医护人员每人每天至少 1 个。这个结果源于医用防护服穿上后不能进食和排泄, 因此推测一人至少一天有一个可以使用。需要注意的是这里并没有认为一家医院中收治的 COVID-19 患者数量多少影响其防护服需求量, 原因是口罩的直接与呼吸系统接触, 防护能力也较低, 在高病毒暴露率环境下的不安全性会快速提升。而防护服的防渗透能力相比口罩, 即使更频繁的接触病人, 也几乎不影响防护服对病毒的阻隔能力。因此, 可建立约束条件如式 (3-5) 所示。

$$g_2 = P_j \geq 10 \times [1 \times (Nu_j + Do_j)] \quad j = 1, 2, \dots, 5 \quad (3-5)$$

3) 五家医院的病床总数约为 22880, 武汉内所有医院病床总数约为 41600。所选的五个医院的病床数占疫情期间所有政府指定医院绝大部分, 因此这里认为 5 家医院应当接收武汉的所有 COVID-19 患者。对于普通住院患者, 这五家医院应当接收相当于武汉总病床占比率大小的 10 天哪武汉总一般患者数。因此, 可建立约束条件如式 (3-6) 所示。

$$g_3 = X_j + Pn_j \leq SB_j \quad j = 1, 2, \dots, 5 \quad (3-6)$$

4) 根据中国国家卫生健康委员会 2 月 29 日的报告¹⁰, 中国约 6.1% 的 COVID-19 病例是危重症病例, 需要在 ICU 接受治疗。根据华夏时报网的一篇采访¹¹, 每个 ICU 的患者至少需要 2.5 名护士护理, 每个普通病房的病人至少需要 0.4 名护士护理。因此, 可建立约束条件如式 (3-7) 所示。

$$g_4 = Nu_j \geq X_j \times (93.9\% \times 0.4 + 6.1\% \times 2.5) + Pn_j \times 0.4 \quad j = 1, 2, \dots, 5 \quad (3-7)$$

5) 根据中国政府对三甲医院的医务人员数量要求, 每床病人至少配备 1.03 个卫生技术人员和 0.4 个护士。卫生技术人员主要包括医生, 护士, 营养师等一切职务与病人健康直接相关的人员, 此处只考虑这 3 种。因此, 可建立约束条件如式 (3-8) 所示。

$$g_5 = Do_j \geq Nu_j \times (1.03 - 0.4 - 1/150) / 0.4 \quad j = 1, 2, \dots, 5 \quad (3-8)$$

6) 5 家医院收治的 COVID-19 病人之和小于等于 COVID-19 病人总数。因此, 可建立约束条件如式 (3-9) 所示。

$$g_6 = \sum_j X_j \leq 15240 \quad j = 1, 2, \dots, 5 \quad j = 1, 2, \dots, 5 \quad (3-9)$$

7) 5 家医院收治的普通病人之和小于等于应收治的普通病人总数。因此, 可建立约束条件如式 (3-10) 所示。

$$g_7 = \sum_j Pn_j \leq 7797 \quad j = 1, 2, \dots, 5 \quad (3-10)$$

3.3 非线性规划标准形式

此最优化问题之所以为非线性规划, 是因为 $g_i(\mathbf{x})$ 中存在二次项, 现采用非线性规划求解以上问题, 非线性规划标准形式如式 (3-11) 所示。

$$\begin{aligned} & \min J(\mathbf{x}) \\ & \text{s.t. } g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \quad i=1, 2, \dots, m \\ & \quad h_j(\mathbf{x}) = 0 \quad j=1, 2, \dots, p \end{aligned} \quad (3-11)$$

其中, $\mathbf{x}=(x_1, \dots, x_n)$ 为设计变量; $\min J(\mathbf{x})$ 表示最小化目标函数 $J(\mathbf{x})$, 符号 s.t. 表示“受约束于”。 $g_i(\mathbf{x})$ 和 $h_j(\mathbf{x})$ 中至少存在一个非线性函数。

根据之前的描述, 设计变量 \mathbf{x} 为:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} = [& X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, Pn_1, Pn_2, Pn_3, Pn_4, Pn_5, M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, \\ & P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, Nu_1, Nu_2, Nu_3, Nu_4, Nu_5, Do_1, Do_2, Do_3, \\ & Do_4, Do_5] \end{aligned} \quad (3-12)$$

目标函数为:

$$J(\mathbf{x}) = Hc \times \sum_j [CI \times (X_j / SB_j) \times (Do_j + Nu_j + P_j) + X_j] + \quad (3-13)$$

¹⁰ <http://www.nhc.gov.cn/jkj/s3578/202002/87fd92510d094e4b9bad597608f5cc2c.shtml>

¹¹ <http://www.chinatimes.net.cn/article/94870.html>

$$\sum_j(M_j \times P_m + P_j \times P_p) + D_n \times (P_N - \sum_j P_j) + H_c \times (P_C - \sum_j X_j) \times (1 + S_p \times 10) + D_c \times (P_C - \sum_j X_j)$$

限制不等式为:

$$\begin{aligned} g_1(x) &= 10 \times [1 \times (N_{u_j} + D_{o_j} + 1/3 \times P_{n_j}) \times (1 + 3 \times X_j / S_{B_j})] - M_j \leq 0 & j = 1, 2, \dots, 5 \\ g_2(x) &= 10 \times 1 \times (N_{u_j} + D_{o_j}) - P_j \leq 0 & j = 1, 2, \dots, 5 \\ g_3(x) &= X_j + P_{n_j} - S_{B_j} \leq 0 & j = 1, 2, \dots, 5 \\ g_4(x) &= X_j \times (93.9\% \times 0.4 + 6.1\% \times 2.5) + P_{n_j} \times 0.4 - N_{u_j} \leq 0 & j = 1, 2, \dots, 5 \\ g_5(x) &= N_{u_j} \times (1.03 - 0.4 - 1/150) / 0.4 - D_{o_j} \leq 0 & j = 1, 2, \dots, 5 \\ g_6(x) &= \sum_j X_j - 15240 \leq 0 & j = 1, 2, \dots, 5 \\ g_7(x) &= \sum_j P_{n_j} - 7797 \leq 0 & j = 1, 2, \dots, 5 \end{aligned} \quad (3-14)$$

此非线性规划问题无等式约束。

四、计算结果与结论

作者使用 Matlab 的 optimization toolbox 解决了上面的非线性规划问题。

4.1 算法收敛性

使用的算法为用于非线性规划的 IPM(interior-point-method)。目前，尚无可以保证求出目标函数全局最值点的解决一般非线性规划问题的算法；计算的结果会受到输入的“初始猜想”——要求输入的随意一组解的不确定影响。为确定得到全局最优解，作者在考虑和不考虑拒绝入院的社会成本时分别尝试了 100 组随机“初始猜想”运行求解程序，直到得到一个较稳定的，最小的值。随机“初始猜想”由 python 随机整数生成函数产生。

4.1.1 不考虑拒绝病人入院的不满足感成本的情况

100 组不同“初始猜想”的最终最优值和最优解全部相等。但计算过程中函数值变化过程大体有两种，如较具有代表性的图 4-1-1 和图 4-1-2 所示。选取更小的最优值 4.24678 亿人民币。最优解在下一部分展示。

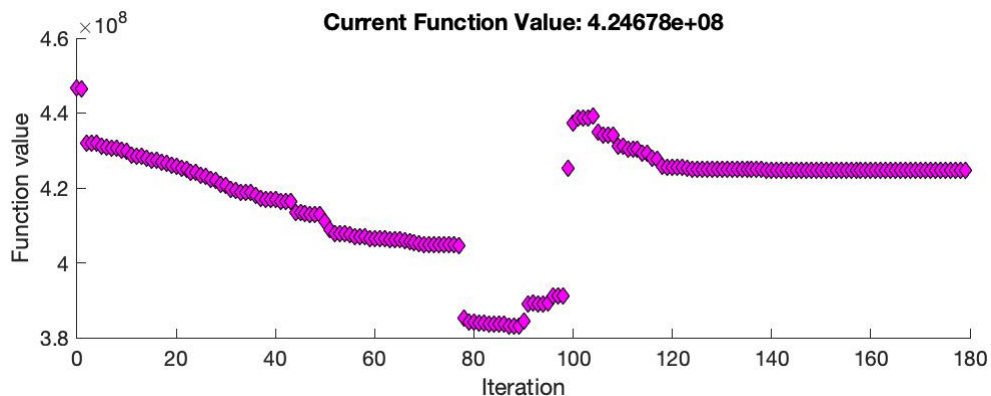


图 4-1 不考虑拒绝入院成本时的计算过程及结果 情况 1

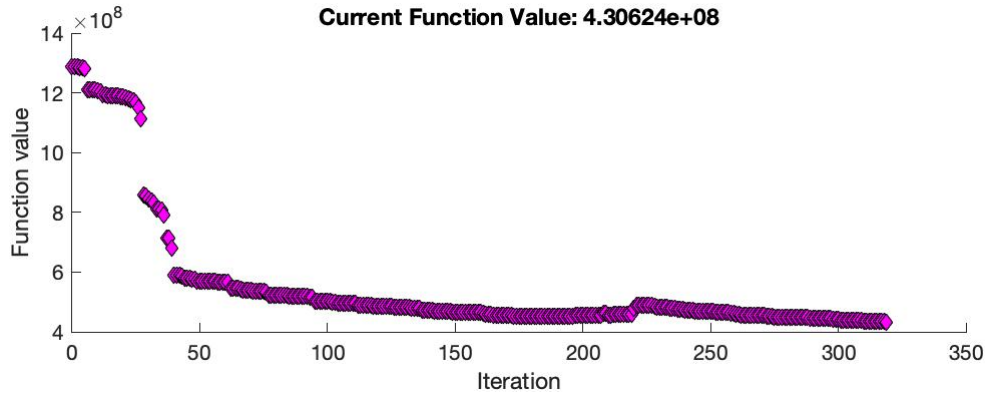


图 4-2 不考虑拒绝入院成本时的计算过程及结果 情况 2

4.1.2 拒绝入院成本分别为 $D_n=13820.5$ RMB/人, $D_c=17000$ RMB/人的情况

在 100 次运行中出现的运行结果基本都与如下两种类似。最优值接近, 基本为 4.44 亿。最优变量取值也接近, 这里选取更小的 4.44029 亿元作为最优情况。最优解在下一部分说明。

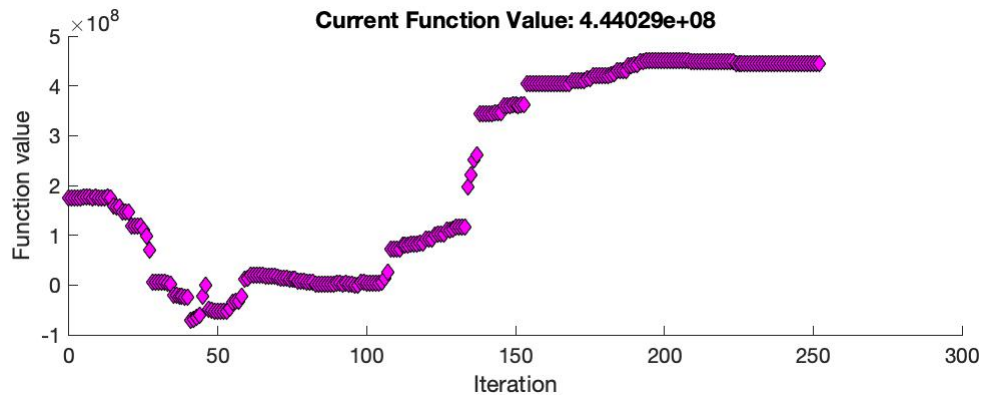


图 4-3 $D_n=13820.5$ $D_c=17000$ 时计算过程及结果 情况 1

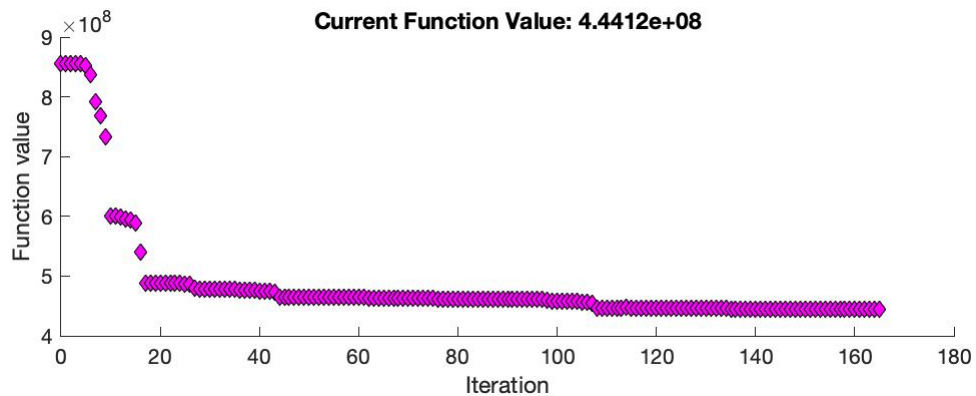


图 4-4 $D_n=13820.5$ $D_c=17000$ 时计算过程及结果 情况 2

4.2 结果展示

4.2.1 不考虑拒绝收治患者社会成本情况下的最优方案

表 4-2-1 不考虑拒绝收治患者社会成本情况下的最优方案

序号	变量名	初始猜想	下限	上限	最优值
1	X_1	4000	0	15240	2441
2	X_2	3000	0	15240	2088
3	X_3	2500	0	15240	2055
4	X_4	2000	0	15240	1423
5	X_5	1800	0	15240	1370
6	Pn_1	0	0	7797	0
7	Pn_2	0	0	7797	0
8	Pn_3	0	0	7797	0
9	Pn_4	2345	0	7797	0
10	Pn_5	3456	0	7797	0
11	M_1	40000	0	∞	73288
12	M_2	50000	0	∞	62216
13	M_3	60000	0	∞	62038
14	M_4	80000	0	∞	43514
15	M_5	70000	0	∞	41576
16	P_1	10000	0	∞	33004
17	P_2	20000	0	∞	28223
18	P_3	24000	0	∞	27782
19	P_4	30000	0	∞	19234
20	P_5	20000	0	∞	18518
21	Nu_1	2345	0	∞	1289
22	Nu_2	2345	0	∞	1102
23	Nu_3	2345	0	∞	1085
24	Nu_4	2345	0	∞	751
25	Nu_5	2345	0	∞	723
26	Do_1	3456	0	∞	2011
27	Do_2	3456	0	∞	1720

28	Do_3	3456	0	∞	1693
29	Do_4	3456	0	∞	1172
30	Do_5	3456	0	∞	1128

4.2.2 拒绝入院成本分别为 $D_n=13820.5\text{RMB}/\text{人}$, $D_c=17000\text{RMB}/\text{人}$ 的情况

表 4-2-2 拒绝入院成本分别为 $D_n=13820.5\text{RMB}/\text{人}$, $D_c=17000\text{RMB}/\text{人}$ 的最优方案

序号	变量名	初始猜想	下限	上限	最优解
1	X_1	4000	0	15240	5610
2	X_2	3000	0	15240	4818
3	X_3	2500	0	15240	4812
4	X_4	2000	0	15240	0
5	X_5	1800	0	15240	0
6	Pn_1	0	0	7797	0
7	Pn_2	0	0	7797	0
8	Pn_3	0	0	7797	0
9	Pn_4	2345	0	7797	3381
10	Pn_5	3456	0	7797	3300
11	M_1	40000	0	∞	290418
12	M_2	50000	0	∞	247063
13	M_3	60000	0	∞	253770
14	M_4	80000	0	∞	34621
15	M_5	70000	0	∞	33792
16	P_1	10000	0	∞	76120
17	P_2	20000	0	∞	65269
18	P_3	24000	0	∞	65186
19	P_4	30000	0	∞	34621
20	P_5	20000	0	∞	33792
21	Nu_1	2345	0	∞	2973
22	Nu_2	2345	0	∞	2549
23	Nu_3	2345	0	∞	2546
24	Nu_4	2345	0	∞	1352
25	Nu_5	2345	0	∞	1320
26	Do_1	3456	0	∞	4638

27	Do_2	3456	0	∞	3977
28	Do_3	3456	0	∞	3972
29	Do_4	3456	0	∞	2110
30	Do_5	3456	0	∞	2059
最优值:			2.28838e08		

4.3 结果分析

4.3.1 患者分配最优方案分析

a) 不考虑拒绝患者入院成本:

如表 4-2-1 中变量 X_j , P_{nj} 所示, 5 家医院只收治了 COVID-19 患者。因为拒绝普通患者入院无成本而拒绝 COVID-19 患者会使其在外活动, 继续传染, 所以 5 家医院应只收治 COVID-19 患者。但只收治 15240 名 COVID-19 感染者中的 $2441+2088+2055+1423+1370=9377$ 名患者, 原因是如果医院内 COVID-19 病人密度太大, 则会导致大量的交叉感染患者; 由此可见, 即使拒绝多达 $15240-9377=5863$ 名 COVID-19 病人入院, 使其继续作为传染源活动, 在院内 COVID-19 病人的高密度造成的高交叉感染率的威胁下, 以及政府强力的人员流通活动管控的帮助下, 相比收治入院也是更好的选择。较好的解决办法是开设多个方舱医院收治病人, 尤其是对活动性和传染性强, 医疗条件要求较低的 COVID-19 轻症患者。同时可以看到, 5 家医院分配的 COVID-19 患者分配基本是加权平均的。这种平均分配也防止了一家医院内患者密度过大导致的高交叉感染率, 主要是对医护人员的传染。

b) 考虑拒绝患者入院成本 普通病人 $D_n=13820.5\text{RMB}/\text{人}$, COVID-19 病人 $D_c=17000\text{RMB}/\text{人}$:

如表 4-2-2 中变量 X_j , P_{nj} 所示, 最优解将全部 15240 名 COVID-19 病人基本依照病床数量加权平均分布在 $j=1-3$ 的医院救治, 将 $j=4-5$ 医院的床位全部用于收治普通病人, 收治了 7797 名应收的普通病人中绝大部分, $3381+3300=6681$ 人。收治 COVID-19 病人的人数比普通病人多很多, 原因是 COVID-19 病人这种分配方式除了平均分配的特点, 还体现了隔离对避免普通和 COVID-19 患者同地点救治造成更多交叉感染, 最小化成本的重要性。虽然如此, 因为考虑拒绝患者入院成本, 医院基本在收治能力内尽量收治患者, 导致了大量的交叉感染。

不考虑拒绝收治患者造成的心理成本时, 患者的分配最优方案是在收治产生的交叉感染和收治产生的继续患者继续活动传染间的平衡最小点; 考虑拒绝收治心理成本时, 医院需要在有限的床位空间下收治大量 COVID-19 患者, 产生了大量的院内交叉感染, 但同时大幅降低了院外感染, 并只产生了小量的拒绝收治心理成本。而两种情况的目标函数最优值分别为 4.24678 亿和 4.4412 亿, 差距较小, 说明在政府实施严格的人员聚集性活动管控之下, 在

一定范围内调整收治人数带来的成本差距不大。而收治人数少带来的院外社会传染显然相比院内交叉感染，更加的不可知，不可控。并且如果选择少收治来减少交叉感染，就不得不长期实施人员聚集性活动管控来防止院外传染情况恶化，这会带来较大的经济损失。因此，政府整体应选择多收治，尽量避免外部遗留传染源。除此之外，开设多个空间充足，专门收治 COVID-19 患者的方舱医院不仅能安置大量患者，也能大幅降低各个医院的交叉感染率，尤其是对于活动力和传染力强但对医疗条件要求不高的 COVID-19 轻症患者而言。

4.3.2 医疗物资分配最优方案分析

表 4-2-1 和表 4-2-2 中都可以看到，收治大量 COVID-19 患者使得医疗物资需求量成倍增长。在表 4-2-1 虽然 3 个收治 COVID-19 患者的医院的患者数量是 $j=9, 10$ 两个收治普通病人的医院的 1-2 倍，但口罩需求量却远超这两个医院 11 倍左右。在《SARS 病毒在外界环境物品中生存和抵抗能力的研究》¹²中，研究了 SARS 病毒在干燥和潮湿环境下的生存能力。COVID-19 病毒和 SARS 病毒有很高的相似性，而口罩虽然是吸水材料，佩戴在口鼻处却使其经常处于潮湿状态，使得使用者频繁接触病人时口罩上存留病毒并通过呼吸感染的风险快速提高，因此需要根据与 COVID-19 患者接触频率变化口罩更换频率。而防护服虽然表面不吸水，病毒可以在其表面存留较长时间，却有很强的防渗透性，防护能力不易受到病毒暴露程度影响。因此，各医院的口罩需求量大幅度受到 COVID-19 患者密度影响，而防护服需求量基本与总病人数量成正比而与 COVID-19 或普通病人无关。

在 4.3.1 中提到，选择考虑拒绝患者造成的成本，大量收治 COVID-19 患者选择收治大量 COVID-19 患者入院最大问题是防护物资的紧缺。如表 4-2-2 所示，在 $j=1-3$ 家医院分别收治 5610, 4818, 4812 名 COVID-19 患者时，按照标准，在 10 天内 3 家医院对口罩的需求达到了 791249 个，对防护服对需求达到了 206665 件。

4.3.3 医护人员分配最优方案分析

最优医护人员数量维持在国家标准的最低水平，基本与医院病人数量成正比。这不仅能降低交叉感染人数，还能节省紧缺的医疗物资。

五、总结

如果不考虑拒绝患者入院给病人带来的的不满足感成本，则最小化治疗费和口罩与防护服费用之和的方案为将大部分的 COVID-19 感染者分散安置在 5 家医院，如果考虑与其治疗费相等的拒绝患者入院给病人带来的不满足感成本，最优方案将为绝对分离地点地收治绝大部分的 COVID-19 患者和普通患者、成本只比不考虑拒绝入院满足感情况的高 4.5% 左右。

¹² <https://www.ixueshu.com/download/d03a829994d4ee57fc87b26d0cffa910318947a18e7f9386.html>

选择尽量收治患者还能提高社会感染情况的可控性,也为尽早放缓人员聚集性活动管控政策,恢复经济有好处。但收治大量 COVID 患者也对医疗物资供应形成巨大挑战。在院内交叉感染方面,将 COVID-19 患者和其他患者分开救治,以及建设多个空间大和收容能力强对方舱医院并将病人分布在各个医院救治,将显著降低交叉感染率。在对经济的影响上,疫情在仅仅 10 天内的治疗费与物资费用方面就至少耗资 4 亿人民币,造成巨大经济损失。政府可以全力调动医疗物资生产,建设方舱医院,在整体上使用最小化成本病人和医疗物资分配策略条件下尽快收治患者,消除医院外的传染源造成的危险的不确定性。

参考文献

[1]中华人民共和国国家健康委员会.

关于印发不同人群预防新型冠状病毒感染口罩选择与使用技术指引的通知

[2]中华人民共和国国家健康委员会. 2020 年 1-2 月全国医疗服务情况 2020(4).

[3]Andrew Atkeson. What Will Be the Economic Impact of COVID-19 in the US ? Rough Estimates of Disease Scenarios , 2020(3):.

[4]Dawei Wang, MD1; Bo Hu, MD1; Chang Hu, MD1; Fangfang Zhu, MD1; Xing Liu, MD1; Jing Zhang, MD1; Binbin Wang, MD1; Hui Xiang, MD1; Zhenshun Cheng, MD2; Yong Xiong, MD3; Yan Zhao, MD4; Yirong Li, MD5; Xinghuan Wang, MD6; Zhiyong Peng, MD1.

Clinical Characteristics of 138 Hospitalized Patients With 2019 Novel Coronavirus-Infected Pneumonia in Wuhan, China 2020(2):1

[5]中华人民共和国国家健康委员会,中国-世界卫生组织 新型冠状病毒肺炎 (COVID-19) 联合考察报告, 2020(2):

[6]李敬云,鲍作义,刘思杨,庄道民,刘永健,张文福,蒋莉《SARS 病毒在外界环境物品中生存和抵抗能力的研究》2003(2): 2