

**参赛队员姓名：** 华紫悦

**中学：** 西安交通大学附属中学

**省份：** 陕西省

**国家/地区：** 中国

**指导教师姓名 1：** 陈冰

**指导教师单位：** 西安交通大学附属中学教师

**指导教师姓名 2：** 戴彧虹

**指导教师单位：** 中国科学院数学与系统科学研究院  
计算数学与科学工程计算研究所

**论文题目：** 基于混合整数二次规划的绿色投资策略研究

## 基于混合整数二次规划的绿色投资策略研究

### 摘要:

随着双碳目标的提出,绿色投资理念在金融市场上获得越来越多的投资者认同。与投资者日益增长的绿色投资需求相比,当前市场上可供投资的绿色金融产品供给不充分不平衡。本文聚焦于股票市场上的 ESG 投资,构建量化投资模型为绿色金融产品的构建和投资提供策略。具体而言,以马科维茨均值方差模型为基础,考虑金融资产的 ESG 属性,在均值方差模型中增加关于 ESG 分数的线性约束,同时考虑控制投资组合资产类别的稀疏约束以及更一般的上下界约束,提出了稀疏绿色投资组合模型。由于稀疏约束的存在,该模型难以直接求解,故引入 0-1 指示变量将目标转化为一类混合整数二次规划模型,并应用 Gurobi 中的分支定界算法求解。在实证研究中,本文提出了静态绿色投资策略和动态绿色投资策略,其中动态绿色投资策略允许投资者在持有期内进行调仓操作,相比于静态策略更加灵活。实证结果表明:1、不同 ESG 评级数据的选择会导致绿色投资组合产生巨大差异,投资者应该谨慎选择 ESG 评级供应商;2、对于静态绿色投资策略,利用社会价值投资联盟提供的 ESG 数据获得了最佳的样本外表现,年化收益达到 22.68%;3、对于动态绿色投资策略,当市场处于“牛市-牛市”和“熊市-熊市”时,绿色投资组合的累积收益率超过了沪深 300 指数,超额收益分别是 29.73%和 28.49%,夏普比率达到 2.2975 和 1.6170。

**关键词:** 混合整数二次规划; ESG 投资; 投资组合理论; 绿色投资策略

## 目录

一、引言 .....	1
二、模型 .....	2
2.1 均值方差模型 .....	2
2.2 ESG 约束 .....	3
2.3 稀疏约束 .....	3
2.4 权重约束 .....	4
2.5 绿色稀疏投资组合模型 .....	4
三、数据处理 .....	5
3.1 ESG 数据 .....	5
3.2A 股数据 .....	6
四、数值实验 .....	6
4.1 求解算法及参数设置 .....	6
4.2 静态绿色投资策略分析 .....	7
4.2.1 静态绿色投资策略框架 .....	7
4.2.2 实证分析 .....	7
4.3 动态绿色投资策略分析 .....	9
4.3.1 动态绿色投资策略框架 .....	9
4.3.2 实证分析 .....	10
五、总结和展望 .....	12

# 一、引言

近年来，全球气候变化已经成为全人类关注的焦点，减少碳排放，发展低碳经济成为各国的共同愿景。作为世界上最大的发展中国家和第二大经济体，习近平总书记在第 75 届联合国大会上正式提出中国将在 2030 年实现碳达峰、2060 年实现碳中和的“双碳”目标。践行“双碳”目标除了需要全社会各个经济部门通力协作，还需要巨量的资金支持。多家机构的测算表明，实现“碳中和”的资金缺口在 150 到 300 万亿之间。如此量级的资金仅靠政府财政补贴是不现实的，必须要利用金融系统的杠杆作用，引导社会的存量资金流入绿色投资领域。令人鼓舞的是，中国在绿色投资方面已经取得了诸多成就，本文关注其中之一的 ESG（Environmental, social, and governance）投资。ESG 投资是指在传统投资决策中系统纳入非财务指标，如环境（Environmental）、社会责任（social）、公司治理（governance）等因素，关注双碳、可持续、绿色、共同富裕等议题。全球可持续投资联盟（Global Sustainable Investment Alliance, GSIA）2020 年发布的报告显示，全球 ESG 投资市场总额为 35.3 万亿美元，约占资产管理总额的 35%，年复合增速达 13%，增速远超一般投资。中国 ESG 投资起步较晚，但随着“双碳”理念的深入人心，自 2020 年以来规模增长迅速，截至 2021 年 9 月，全市场 ESG 公募基金资产管理总规模跃达到 2500 亿元，接近去年同期的两倍。<sup>1</sup>

与 ESG 投资市场的火热形成鲜明对比的是金融市场上可供选择的绿色投资产品稍显不足，投资者无法按照自身风险、收益和绿色需求配置到合适的标的。供需的失衡对商业银行、保险、证券等金融机构提出了更高的要求，即如何利用数量化手段设计一套行之有效的绿色投资策略，发布满足投资需要的绿色金融产品。现代投资组合理论是以马科维茨 1952 年提出的均值方差模型为核心，其关键在于用资产收益率的期望和方差衡量投资收益和风险，数学本质是一个二次规划模型<sup>[1]</sup>。均值方差模型提出的收益和风险概念引领了过去投资业的发展，是投资领域最负盛名的模型之一，但在处理绿色投资或者 ESG 投资的问题上力有未逮，这是由于其无法量化资产的绿色属性。一些研究者尝试将资产的绿色属性引入到均值方差模型中。Liagkouras 等<sup>[2]</sup>在利用模型计算投资组合之前，根据资产的 ESG 得分将低分值的资产排除在投资组合之外，并在均值方差模型中考虑资产的个数和上下界约束。Liagkouras 提出了一个经典的两步绿色投资策略，即在第一步中将非绿色的资产剔除，然后再利用马科维茨的均值方差模型计算投资组合。根据这样方法得到的投资组合一定能满足投资者对于绿色属性的追求，但是可能在过程中剔除低绿色高收益的资产，因此会牺牲部分收益性。有研究者将这两步投资策略纳入到一步，直接将资产的 ESG 得分作为一个度量纳入到均值方差框架。GASSER<sup>[3]</sup>提出一个包含三个目标的多目标规划模型，即最大化收益、最小化风险和最大化 ESG 得分，基于此得到的模型不仅可以满足投资者对于绿色属性的要求，同时也可以满足传统投资框架对于收益和风险的要求。但是，多目标规划问题在求解当中十分困难，无形中也限制了模型在实际投资策略中的使用。刘嘉雪<sup>[4]</sup>将 ESG 评级指标作为选股指标和赋权因子作用于中国 A 股市场上的投资组合构建，提出了基于 ESG 评级的股票多头策略、基于 ESG 评级变化的选股策略和含有 ESG 评级的多因子选股策略，实证结果表明，由 ESG 策略构建的投资组合在长时期跑赢了作为基准的沪深 300 指数。但遗憾的是，刘嘉雪<sup>[4]</sup>在文中并没有提出标准的 ESG 整合策略模型，只是将 ESG 评级数据作为考虑组合权重时的一种倾向。赵斯彤<sup>[5]</sup>研究了中国股票市场 ESG 投资的底层逻辑，通过分析国内市场上考虑 ESG 因素的公

<sup>1</sup> 《2021 中国 ESG 发展白皮书》，财新智库，2021

募基金，并利用正向筛选策略得到了超额收益，认为 ESG 评级和投资收益率呈现正相关关系。

综上所述，可以发现国内外 ESG 投资策略在路径上呈现的差异：国外在构造 ESG 投资策略时多依赖数学模型；而国内的 ESG 策略以正向筛选、负向筛选策略为主<sup>2</sup>，即利用 ESG 评级调整投资组合权重，其绩效表现依赖于投资人的主观经验。随着 ESG 投资市场的高速增长，以模型为导向的量化投资策略在有效性、适用性和盈利性方面展现出了更高的优越性，因此发展国内 ESG 投资策略应该以模型为导向。国内的 ESG 投资策略采用模型较少的原因有多方面，其一在于我国金融市场起步较晚，ESG 投资市场尚处在高速发展期，相关配套的基础设施，如上市公司的 ESG 披露准则、ESG 评级体系还没有构建完全，因此在数据采集端存在争议；其二在于缺乏相关的理论基础，尤其是投资策略模型。本研究针对国内 ESG 投资策略面临的困境，以马科维茨均值方差理论为基础，将 ESG 评级作为额外约束融入到均值方差模型，并考虑如资产的稀疏约束等现实约束，控制投资组合的规模。在操作层面，本文将利用市场上主流的 ESG 评级数据，根据本文提出的模型构建有效的投资策略，并在国内 A 股市场上检验策略的收益。

## 二、模型

### 2.1 均值方差模型

1952 年，马科维茨在他的博士论文中提出了均值方差模型，该模型也是他在 1990 年获得诺贝尔经济学奖的主要成果之一。均值方差理论是现代投资组合理论的开端，其主要含义是：从每个资产收益的均值和方差出发，要求在给定收益的条件下获得最小方差的投资组合，或者在给定方差的条件下获得收益最高的投资组合。

假设投资者在  $n$  个资产中构建投资组合，每个资产的投资份额占据总投资份额的比例为  $\omega_i$  每个资产的收益率是  $r_i$ ，其中  $i = 1, 2, \dots, n$ 。则投资组合的收益率为

$$r_p = \sum_{i=1}^n \omega_i r_i \quad (1.1)$$

记每个资产收益的均值、方差以及任意资产间的协方差为，

$$E(r_i) = R_i, \quad (1.2)$$

$$Cov(r_i) = \sigma_i^2, \quad (1.3)$$

$$Cov(r_i, r_j) = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j = \sigma_{i,j}. \quad (1.4)$$

进而可以计算投资组合收益率的均值和方差，

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^n \omega_i E(r_i) = \sum_{i=1}^n \omega_i R_i = \omega^T R, \quad (1.5)$$

<sup>2</sup> 正向筛选：选择 ESG 评级高的资产构成投资组合；负向筛选：删除投资组合中 ESG 评级低的资产。

$$\text{Cov}(r_p) = E[(r_p - E(r_p))^2] = \sum_{i=1}^n \omega_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i \neq j}^n \omega_i \omega_j \sigma_{i,j} = \omega^T V \omega. \quad (1.6)$$

其中  $\omega$  是投资权重向量， $R$  是预期收益率向量， $V$  是资产的方差和协方差矩阵，其中对角线元素为  $\sigma_i^2$ ，非对角线元素为  $\sigma_{i,j} (i \neq j)$ ， $i, j = 1, 2, \dots, n$ 。马科维茨均值方差模型如下，

$$\begin{aligned} \min_{\omega} \quad & \omega^T V \omega \\ \text{s.t.} \quad & \omega \geq 0, \\ & \mu^T \omega = R_p, \\ & e^T \omega = 1. \end{aligned} \quad (1.7)$$

注意到均值方差模型(1.7)中有三个约束：第一个约束是限制卖空约束，即不允许投资组合的权重出现负值，换言之投资者不被允许卖出手中没有持有的资产；第二个约束是预期收益约束，即投资组合的收益率要达到给定目标；第三个约束被称为预算约束，即投资者手中的资金全部投入到投资组合，没有剩余的现金或者借贷关系存在。均值方差模型在实际中有多种表达形式，另一种常见形式是给定预期的方差，最大化收益。一些研究者也会将预期收益约束写到目标中，形成一个多目标规划，本文后续的建模都是基于模型(1.7)。

## 2.2 ESG 约束

假设第  $i$  个资产的 ESG 得分为  $g_i$ ，投资组合的 ESG 得分为

$$g_p = \sum_{i=1}^n \omega_i g_i, \quad (1.8)$$

则投资组合 ESG 得分的均值为

$$E(g_p) = E\left[\sum_{i=1}^n \omega_i g_i\right] = \sum_{i=1}^n \omega_i G_i = \omega^T G. \quad (1.9)$$

其中  $E(g_i) = G_i$  是第  $i$  个资产的平均 ESG 得分， $G$  是预期 ESG 得分向量。

如果 ESG 投资者希望投资组合在满足收益和风险条件下，对投资组合的 ESG 得分有要求，则需要在模型(1.7)中考虑 ESG 约束，

$$\omega^T G \geq G_p. \quad (1.10)$$

其中  $G_p$  是满足投资者绿色需求的最小 ESG 分数。

## 2.3 稀疏约束

A 股市场上可投资上市公司超过 3000 家，对于一个投资策略来说，将所有上市公司都纳入投资组合是不现实的。一般公募基金投资的资产往往不会超过 50 只，继续增加投资数量虽然有可能带来潜在收益，但维护该组合付出的管理费用、交易费用和人力成本往往超过

了收益本身，得不偿失。

均值方差模型(1.7)的一个缺陷在于无法控制投资组合买入资产的数目，体现在由均值方差模型得到的最优投资组合往往会将资金投资于资金池内的所有产品。因此本文考虑加入稀疏约束，又称为零范数约束，控制投资组合的规模，具体而言：

$$\|\omega\|_0 \leq K. \quad (1.11)$$

其中 $\|\cdot\|_0$ 又称为零范数，表示向量中非零位置的个数； $K$ 是正整数，表示投资组合不同资产种类的上限。

## 2.4 权重约束

均值方差模型(1.7)限制了资产的卖空，实践中投资者根据投资目标会对某个或某类资产的投资比例关系有着特殊的要求，比如要求所属制造业的上市公司投资份额不得低于金融行业投资份额。因此本文提出新的权重约束，用于补充限制卖空约束的不足，

$$A\omega \leq b. \quad (1.12)$$

其中 $A$ 是一个 $m$ 行 $n$ 列的矩阵， $m$ 代表权重约束的个数， $b$ 是对于该约束给定的目标上界。这里有一个简单的例子，当 $A$ 是单位矩阵时，该约束表示资产的投资比例不能超过 $b$ ，即

$$\omega \leq b. \quad (1.13)$$

在本文中我们考虑投资中的一般情形，故对资产权重之间的投资关系不做先验假设，因此将权重约束简化为资产的上界约束。后将上界约束和限制卖空约束统称为上下界约束。

## 2.5 绿色稀疏投资组合模型

综上所述，本节根据均值方差模型的框架，增加考虑资产绿色属性的 ESG 约束，限制投资类别的稀疏约束，以及控制资产投资比例关系的权重约束，提出了绿色稀疏投资组合模型，

$$\begin{aligned} \min_{\omega} \quad & \omega^T V \omega \\ \text{s.t.} \quad & \mu^T \omega = R_p, \\ & e^T \omega = 1, \\ & \omega^T G \geq G_p, \\ & \|\omega\|_0 \leq K, \\ & 0 \leq \omega \leq b. \end{aligned} \quad (1.14)$$

本文将模型(1.14)称为绿色稀疏投资组合模型，由此得到的投资组合称为绿色投资组合。相比于均值方差模型，该模型的特点在于考虑了资产的绿色属性，可以用于绿色投资策略的构造，同时稀疏约束也保证了投资组合规模的可控，增强了实践中的应用价值。如果没有稀疏约束(1.11)的存在，该模型是一个典型的二次规划问题，可以用很多成熟的软件包求解，但是由于稀疏约束的存在，该模型无法直接通过软件求解。为此，本文尝试引入新的指示变量，将模型(1.14)转化为混合整数二次规划问题。

具体而言，令 $y \in \{0,1\}^n$ ，即 $y$ 是一个长度为 $n$ 的向量，其中每个分量只有0或者1两个可

能取值，则稀疏约束和上下界约束可以表征为，

$$\begin{aligned} 0 &\leq \omega \leq b \odot y, \\ e^T y &\leq K, \\ y &\in \{0,1\}^n. \end{aligned} \tag{1.15}$$

其中  $b \odot y$  表示每个分量直接相乘。可以发现当  $y$  某个分量的取值为 0 时，该位置对应的投资组合权重一定为零，而当某个分量为 1 时，该位置资产的上下界约束没有变化，以上保证了(1.15)和稀疏约束、上下界约束的等价性。

因此模型(1.14)的新形式为，

$$\begin{aligned} \min_{\omega, y} \quad & \omega^T V \omega \\ \text{s.t.} \quad & \mu^T \omega = R_p, \\ & e^T \omega = 1, \\ & \omega^T G \geq G_p, \\ & e^T y \leq K, \\ & 0 \leq \omega \leq b \odot y, \\ & y \in \{0,1\}^n. \end{aligned} \tag{1.16}$$

模型(1.16)和绿色稀疏投资组合模型是一致的，但是在数学形式上等价于一类混合整数二次规划问题，其中待求解变量既有连续变量  $\omega$  以及 0-1 变量  $y$ ，目标函数是二次函数，约束包括线性约束和整数约束。模型(1.16)可以利用整数规划求解器高效求解，在数值实验部分会对求解器进行介绍。

### 三、数据处理

沪深 300 指数（CSI300）是国内最知名的金融市场指数，是 A 股市场的晴雨表，其相关的金融衍生品数量占据绝对的主流。本文选择沪深 300 指数作为业绩比较的基准，并以其成分股作为投资标的。本文实证中的数据主要分为三种类型，一种是沪深 300 指数的收盘价，第二种是沪深 300 成分股的每日收盘价，第三种是沪深 300 成分股的 ESG 评级数据。时间跨度为 2015 年 6 月 30 号，到 2020 年 5 月 14 日，其中包含个股 503 只。以下分别按照 ESG 数据和收益数据介绍，相关价格及评级数据均提取自 Wind 数据库金融终端。

#### 3.1 ESG 数据

国内的 ESG 评级机构较多，王凯<sup>[6]</sup>总结了主要的七家 ESG 评级机构，分别是商道融绿、社会价值投资联盟，嘉实基金、中央财经大学绿色金融研究院、华证指数、RKS 以及中国证券投资基金业协会。本文采用商道融绿、社会价值投资联盟（社投盟）以及华证指数三家提供的 ESG 评级数据，原因有两点：第一，这三家机构评级历史足够长，在投资界的评价相对较高；第二，三家机构提供的 ESG 评级都包含沪深 300 指数的成分股，在实证研究中方便比较。

商道融绿的 ESG 评级框架包括 14 个核心议题（环境、气候、污染、生物多样性等），200 个 ESG 指标，近 700 个底层数据点（宏观数据、披露信息等），提供的 ESG 评级包括从

“A+”至“D”，共10等级。<sup>3</sup>

社会价值投资联盟提出的“上市公司社会价值评估模型”由“筛选子模型”和“评分子模型”两部分构成，最终的评分共设10个基础级别、10个增强级别。基础等级设置为“AAA”到“D”；增强等级即AA至B基础等级用“+”和“-”号进行微调，表示在各基础等级分类中的相对强度。<sup>4</sup>

华证ESG评价体系以ESG核心内涵和发展经验为基础，结合国内市场的实际情况，自上而下构建三级指标体系，具体包括一级指标3个、二级指标14个以及三级指标26个。通过按季度定期评价与动态跟踪相结合的方式，系统测算全部A股上市公司的ESG水平，并相应地给予“AAA”到“C”的9档评级。<sup>5</sup>

商道融绿、社会价值投资联盟以及华证指数提供了ESG评级数据，但是从Wind客户端直接提取的数据只有ESG评级而不是ESG分数，因此将采用分级靠档的形式将评级转化为区间[0,1]之间的分数，其中最高等级对应的分数为1，最低的ESG评级对应得分为0，将区间等分作为中间评级的分数，具体而言，

$$SD_i = 0 + \frac{1}{9}(i-1), \quad i=1,2,\dots,10. \quad (1.17)$$

$$SH_i = 0 + \frac{1}{19}(i-1), \quad i=1,2,\dots,20. \quad (1.18)$$

$$HZ_i = 0 + \frac{1}{8}(i-1), \quad i=1,2,\dots,9. \quad (1.19)$$

其中 $SD_i$ ， $SH_i$ ， $HZ_i$ 分别代表从低到高的第*i*档ESG评级的分数。

## 3.2A 股数据

本文设计的A股数据主要是沪深300指数以及成分股的收盘价数据，其中收盘价格按照前复权的方式，去除派息和分红的影响。收益率的计算采用数算平均收益率，即，

$$r_{i,t} = \frac{P_{i,t} - P_{i,t-1}}{P_{i,t-1}} \quad (1.20)$$

其中 $r_{i,t}$ 表示*t*时刻股票*i*的收益率， $P_{i,t}$ 表示*t*时刻股票*i*的收盘价格。

## 四、数值实验

### 4.1 求解算法及参数设置

Gurobi 是 Gurobi Optimization 公司开发的大规模优化求解器，可以求解传统凸问题以及混合整数线性、二次以及双线性问题，目前已经成为综合能力全球领先的数学规划求解器。

<sup>3</sup> 商道融绿 ESG 评级方法论，<https://www.syntaogf.com/pages/esg01>

<sup>4</sup> 社会价值投资联盟，<http://www.tanpaifang.com/ESG/2020040769865.html>

<sup>5</sup> 华证指数，<https://www.chindices.com/esg-ratings.html#esg-ratings-methodology>

本次实验基于 MATLAB 平台编程，通过调用 Gurobi 的 API 接口完成计算。模型(1.16)可以用 Gurobi 中的 MIP (Mixed-Integer Programming) Solver 求解。MIP Solver 主要通过线性松弛和分支定界算法 (branch and bound algorithm) 来求解混合整数二次规划问题。分支定界算法是一种伪穷举算法，通过分割可行域不断逼近最优解，是一种全局收敛性的算法。近年来，MIP Solver 通过降维、割平面、启发式策略以及并行运算等技巧，使得 MIP 的求解效率显著提高。<sup>6</sup>

实证中模型(1.16)中默认稀疏度  $K = 20$ ，目标的 ESG 分数为  $G_p = 0.7$ ，投资上界为  $b = 0.5$ ，其中投资组合目标收益率  $R_p$  取资产收益最大值和最小值的中间值，即

$$R_p = \min(R) + 0.5(\max(R) - \min(R)), \quad (1.21)$$

实证中的数据集时间跨度较长，其中沪深 300 指数的成分股或有增减或删除，在选择成分股时，将训练集时间内进出的成分均纳入资产池，故资产池的数目或超过 300 只。ESG 评分数据共包含四种，分别是商道融绿 (SD)、社投盟 (ST) 以及华证指数 (HZ)，以及三者的加权平均 (AG)，即，

$$AG = \frac{1}{3}(SD + ST + HZ). \quad (1.22)$$

对于 ESG 数据缺失的个体，实证中均予以剔除操作。

## 4.2 静态绿色投资策略分析

### 4.2.1 静态绿色投资策略框架

本节根据模型(1.16)构建的绿色投资组合，提出了绿色静态投资策略。具体框架如下，

- 1) 对于  $[T_1, T_2]$  数据集，选择  $T_1 \leq t \leq T_2$  将该数据集分为训练集  $[T_1, t]$  和测试集  $[t, T_2]$ ；
- 2) 利用训练集的历史数据估计模型中涉及的参数，如预期收益率向量  $R$ 、预期 ESG 得分  $G$ 、协方差矩阵  $V$ ；
- 3) 利用模型(1.16)构造绿色投资组合，在  $t$  时刻买入并持有该组合；
- 4) 根据不同指标在测试集  $[t, T_2]$  上评价绿色投资组合绩效。

Remark:  $T_1$ 、 $T_2$  为数据的起止时间。

### 4.2.2 实证分析

在 2015 年 6 月 30 号，到 2020 年 5 月 14 日间随机选择一段数据长度，其中训练集时间为 2018 年 9 月 18 日到 2019 年 5 月 18 日，测试集长度为 2019 年 5 月 18 日到 2019 年 12 月 13 日，其中训练集和测试集各 150 个交易日。

表 1 和图 1 分别显示了不同评级数据下绿色投资组合的成分、权重以及收益情况。结合

<sup>6</sup> Gurobi, <https://www.gurobi.com/resource/mip-basics/>

表 1 和图 1，可以发现虽然商道融绿、社投盟以及华证指数的评级体系不同，但是呈现的结果仍然是有相似性的。在表 1 中，社投盟、华证指数以及加权平均三种 ESG 分数下，权重排名前二的股都是一致的，即股票代码“600900”的长江电力以及“600547”的山东黄金，权重占比超过 50%。按照评级数据，在华证指数的评级系统下长江电力和山东黄金是仅次于最高档的“AA”评级；在社投盟的评级系统下，长江电力属于次高档的“A”评级。但是在商道融绿的评级系统下，两者分别是“B+”和“B”的低评级，ESG 评级高低的不同直接影响了模型(1.16)最终选择投资组合的结果。

参考图 1 的结果，从累积收益的角度，利用社投盟、华证指数以及加权平均三种 ESG 数据的绿色投资组合取得了较高的收益，超过了沪深 300 指数的收益。而商道融绿得到的投资组合则没有跑赢沪深 300 指数。表 2 统计了测试集上绿色投资组合的绩效表现。从年化收益和超额收益的角度看，除了商道融绿下的绿色投资组合，其余组合均取得了可观的超额收益，相对于沪深 300 基准。结合夏普比率和最大回撤，社投盟下的投资组合表现最佳，其次是加权平均下的组合。

图 1 和表 2 的结果说明，绿色投资组合的绩效表现和 ESG 数据的选择具有很强的关系，不同的 ESG 评级数据会导最终得到的绿色投资组合显著不同。结合表 2 的统计数据，本文认为当投资者对 ESG 数据没有准确判断的时候，不妨采取加权平均的方法，使用不同机构得到的平均 ESG 水平作为模型的输入参数。换言之，如果一家上市公司在不同机构的评价体系下都获得了优秀的评分，那么这家公司显然更符合投资者的需求，而如果存在评级不一致的行为，则有可能暗示该公司存在绿色方面的隐患，追求资产绿色属性的投资者应远离该产品，故采用平均的思路可以有效规避这类有绿色隐患的公司。在动态绿色投资策略中，本文将采用多家机构加权后的 ESG 评分。

表 1 不同 ESG 评级准则下绿色投资组合的成分及其权重（前 10 名）

商道融绿		社投盟		华证指数		加权平均	
股票代码	权重	股票代码	权重	股票代码	权重	股票代码	权重
'601328'	0.3562	'600900'	<b>0.3972</b>	'600900'	<b>0.3614</b>	'600900'	<b>0.3854</b>
'601088'	0.1560	'600547'	<b>0.1773</b>	'600547'	<b>0.1822</b>	'600547'	<b>0.1813</b>
'000538'	0.1552	'601988'	0.1401	'002602'	0.1425	'601988'	0.1175
'600900'	<b>0.0930</b>	'000538'	0.1050	'601988'	0.0811	'000538'	0.1006
'600893'	0.0882	'002602'	0.0740	'000538'	0.0791	'002602'	0.0982
'601012'	0.0423	'002558'	0.0479	'002558'	0.0536	'002558'	0.0473
'002714'	0.0401	'601012'	0.0300	'002411'	0.0246	'601012'	0.0286
'600547'	<b>0.0315</b>	'000723'	0.0115	'000723'	0.0244	'002411'	0.0169
'600688'	0.0241	'000876'	0.0091	'601012'	0.0211	'000723'	0.0154
'600011'	0.0134	'002411'	0.0079	'600998'	0.0143	'000876'	0.0088

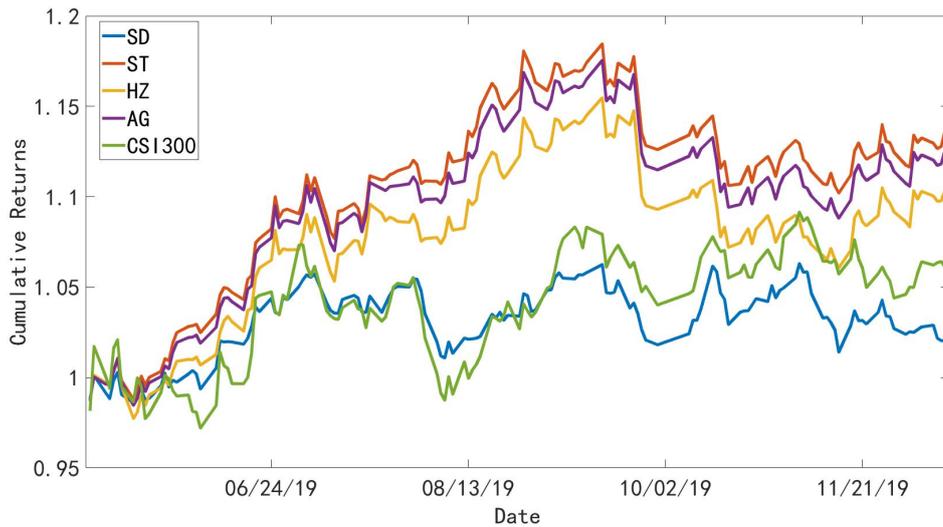


图 1 不同 ESG 评级准则下绿色投资组合测试集内累积收益率比较

表 2 不同 ESG 评级准则下绿色投资组合的绩效统计

数据	商道融绿	社投盟	华证指数	加权平均
年化收益	0.0538	<b>0.2268</b>	0.1766	0.2109
ESG 水平	0.6013	0.6835	0.8138	0.6992
超额收益	-0.0913	<b>0.0817</b>	0.0314	0.0657
夏普比率	-0.8558	<b>0.6891</b>	0.2512	0.5438
最大回撤	0.0292	0.0491	0.0560	0.0520

注：年化收益按照一年 252 个交易日进行转换；ESG 水平是测试集内绿色投资组合的平均水平；超额收益为绿色投资组合相对于沪深 300 指数的超额年化收益；夏普比率为单位风险下的超额收益，依旧按照一年 252 个交易日转；最大回撤度量了投资组合净值最高点和最低点的最大亏损额度，是量化投资中常用的风险指标。

## 4.3 动态绿色投资策略分析

### 4.3.1 动态绿色投资策略框架

本节根据模型(1.16)构建的绿色投资组合，提出了绿色动态投资策略。具体框架如下，

- 1) 令  $f = 0$ ，给定动态调整频率  $d$ ，对于  $[T_1, T_2]$  数据集，选择  $T_1 \leq t \leq T_2$  将该数据集分为训练集  $[T_1, t]$  和测试集  $[t, t + d]$ ，以及剩余部分；
- 2) 利用训练集的历史数据估计模型中涉及的参数，如预期收益率向量  $R$ 、预期 ESG 得分  $G$ 、协方差矩阵  $V$ ；
- 3) 利用模型(1.16)构造绿色投资组合，在  $(t + f \times d)$  时刻买入并持有该组合；
- 4) 根据不同指标在测试集  $[t + f * d, t + (f + 1) * d]$  上评价绿色投资组合绩效；

5) 令  $f = f + 1$ ，将训练集和测试集平移  $d$  期，如果此时  $t + (f + 1) * d > T_2$ ，则令新训练集为  $[T_1 + f * d, t + f * d]$ ，测试集为  $[t + f * d, t + (f + 1) * d]$ ，返回到 2)；否则，终止策略。

Remark: 在动态绿色投资策略中，投资者需要在不同时刻调整持有的头寸，调整时间间隔为  $d$ ，对于给定的  $[T_1, T_2]$  数据集，投资者在  $[t, t + d, t + 2d, \dots]$  等时刻调整，对于持有头寸非空的情形，需要考虑交易费用，计算方式如下

$$\alpha \sum_{i=1}^n |\Delta \omega_i| \quad (1.23)$$

其中  $\Delta \omega_i$  为相邻两次调整中资产头寸的改变量， $\alpha = 0.1\%$  为预先指定的交易成本。

### 4.3.2 实证分析

本节检验动态绿色投资策略在真实市场上的表现。为了保证结论的适用性，选择不同牛熊市组合的市场，一共四组数据，即牛市-牛市（2018年8月28日到2019年2月28日，共120个交易日）、牛市-熊市（2017年10月30日到2018年4月25日，共120个交易日）、熊市-熊市（2018年2月27日搭配2018年8月20日，共120个交易日）、熊市-牛市（2018年8月28日到2019年2月28日，共120个交易日）。令训练集长度为80个交易日，测试集长度为40个交易日，动态调整频率为10个交易日，期间共4次调整。

图2展示了四组数据集对应时间下沪深300指数的价格变化。可以发现四组数据集对应了不同的市场行情，可以充分检验模型的有效性。

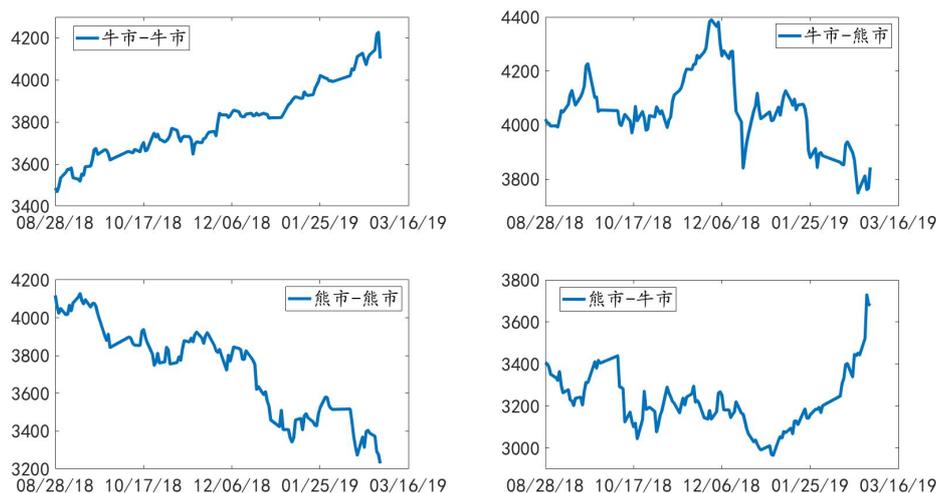


图2 四种市场下沪深300指数的价格变化

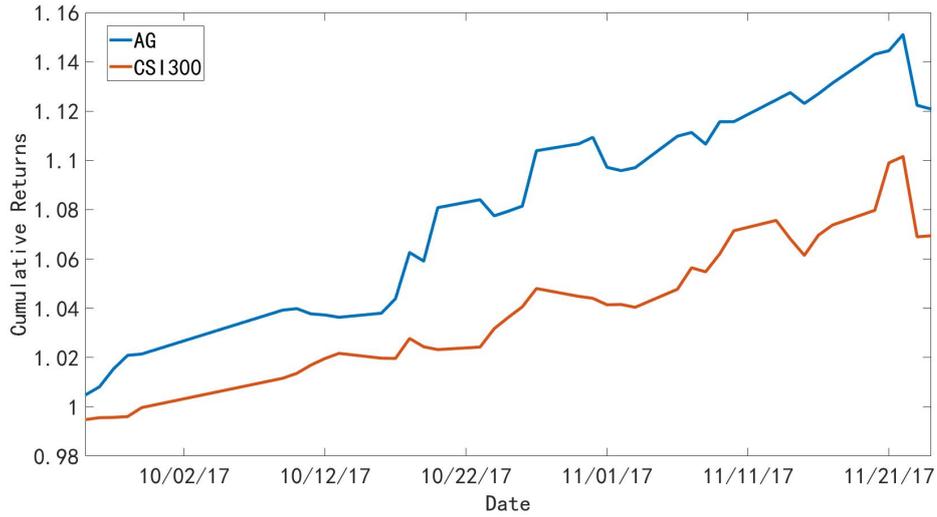


图3 “牛市-牛市”情形下绿色投资组合和沪深300指数的累积收益率

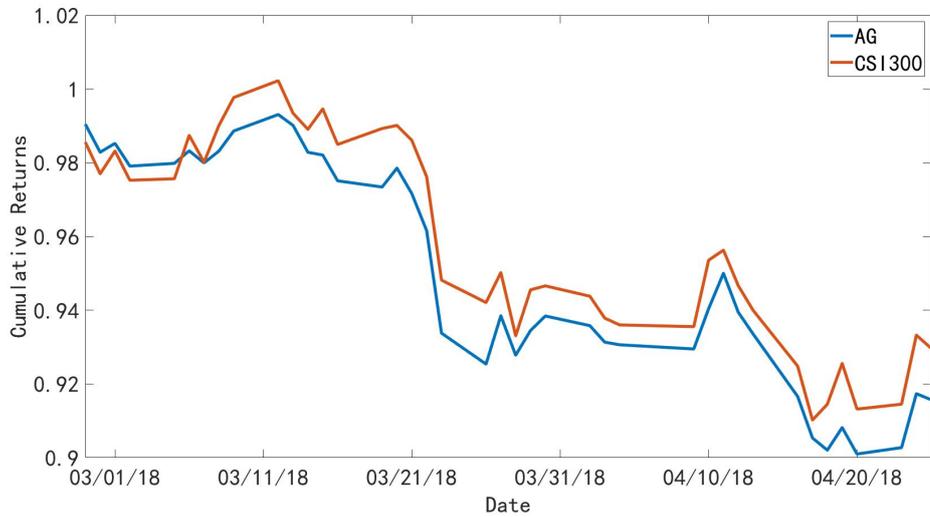


图4 “牛市-熊市”情形下绿色投资组合和沪深300指数的累积收益率

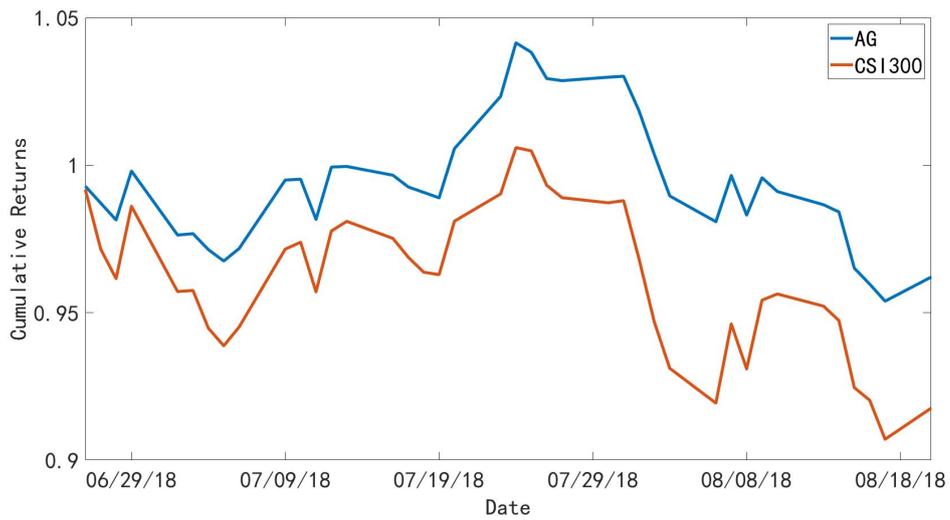


图5 “熊市-熊市”情形下绿色投资组合和沪深300指数的累积收益率

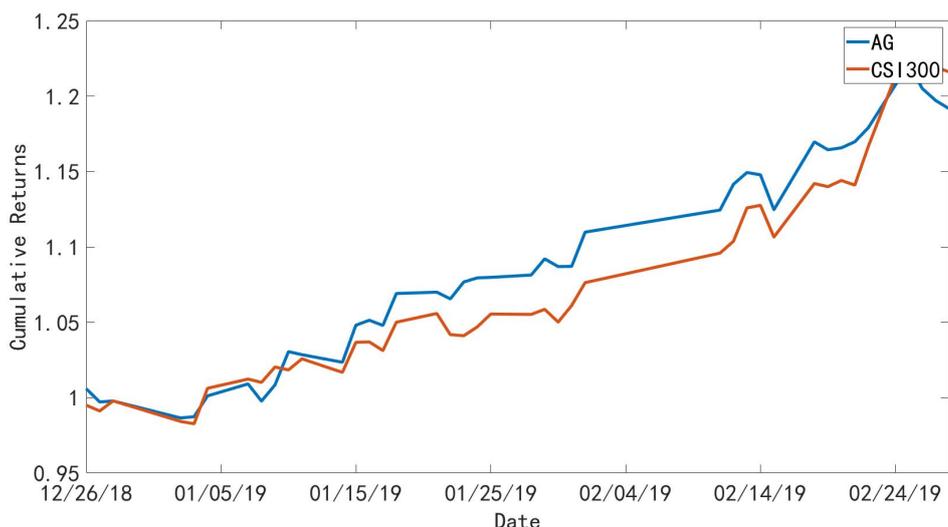


图 6 “熊市-牛市”情形下绿色投资组合和沪深 300 指数的累积收益率

图 3 到图 6 展示了四组数据集下绿色投资组合和沪深 300 指数的累积收益变化。当市场处于“牛市-牛市”和“熊市-熊市”时，可以发现绿色投资的累积收益率明显超过了沪深 300 指数，结合表 3 绩效，超额收益分别是 29.73%和 28.49%，夏普比率达到 2.2975 和 1.6170。当市场处于牛熊转换的转折点时，可以发现两者和沪深 300 的累积收益曲线几乎保持一致，但却没有完全战胜市场。值得注意的是，无论在何种情形条件，由模型得到的绿色投资组合的 ESG 分数都在 0.7 左右，达到了评级中的高评级位置，是符合投资者绿色需求的金融产品。

表 3 四种市场下绿色投资组合绩效分析

市场	牛市-牛市	牛市-熊市	熊市-熊市	熊市-牛市
年化收益	0.7274	-0.5446	-0.2284	1.1264
ESG 水平	0.7025	0.7000	0.7245	0.6990
超额收益	0.2978	-0.0991	0.2849	-0.1338
夏普比率	2.2975	-0.7094	1.6170	-0.6662
最大回撤	0.0048	0.0146	0.0139	0.0047

## 五、总结

本文将金融资产的绿色属性整合到投资策略中，基于均值方差模型提出了稀疏绿色投资组合模型。同时，加入了控制组合内资产种类的稀疏约束和控制资产数量的上下界约束，增强了模型在现实中的应用价值。在实证分析层面，本文根据模型构建的绿色投资组合分别构建了静态绿色投资策略和动态绿色投资策略。对于静态投资策略，投资者利用训练集内的历史数据估计模型输入参数，同时在测试集内检测绿色投资组合的收益、风险和 ESG 水平。结果显示：投资组合的绩效水平受到 ESG 评级数据的影响，使用不同评级机构提供的 ESG 数据会导致绿色投资组合呈现明显差异。相比于商道融绿的 ESG 数据，由社投盟的 ESG 数据得到的绿色投资组合获得了最高的超额收益。根据本文的研究，如果投资者没有明显的偏

好，可以使用多家机构的 ESG 评级数据共同估计资产的 ESG 评分。本文提出的动态绿色投资策略允许投资者在持有期调仓。在 0.1%交易费用下，实证结果表明：当市场处于“牛市-牛市”或者“熊市-熊市”风格时，即市场预期没有发生明显转变，绿色投资组合战胜了作为基准的沪深 300 指数，并获得了 30%左右的超额收益。但是当市场处于风格切换的时候，绿色投资组合虽然没能战胜市场，但和沪深 300 指数保持了相似的走势，并取得了接近的收益。

## 参考文献

- [1] MARKOWITZ H. Portfolio selection [J]. *Journal of Finance*, 1952, 7(1):77-91.
- [2] Liagkouras K, Metaxiotis K, Tsihrintzis G. Incorporating environmental and social considerations into the portfolio optimization process[J]. *Annals of Operations Research*, 2020,1(1): 1-26.
- [3] GASSER S M, RAMMERSTORFER M, WEINMAYER K. Markowitz revisited: Social Portfolio engineering[J]. *European Journal of Operational Research*, 2017, 258(3): 1181-1190.
- [4] 刘嘉雪. 基于 ESG 整合策略的股票型基金产品设计[D]. 江西财经大学, 2020.
- [5] 赵斯彤. 中国股票市场的 ESG 责任投资研究[D].中国社会科学院研究生院,2021.
- [6] 王凯, 张志伟. 国内外 ESG 评级现状,比较及展望[J]. *财会月刊*, 2022(2):7.